

불규칙적으로 거친 유전체 표면에서의 레이더 산란계수 수치해석적 계산

차형준 · 오이석
홍익대학교 전파공학과

Numerical Computation of Radar Scattering Coefficient for Randomly Rough Dielectric Surfaces

Hyung-Joon Cha and Yi-Sok Oh

Department of Radio Engineering, Hong-Ik University

Abstract : Scattering coefficients of randomly rough lossy dielectric surfaces were computed by using the FDTD(Finite-Difference Time-Domain) method and the Monte Carlo method in this paper. The FDTD method was applied to compute electromagnetic wave scattering characteristics at any incident angles, any linear polarizations by dividing the computation region into the total-field region and the scattered-field region. The radar cross sections(RCS) of conducting cylinders have been computed and compared with theoretical results, measurement data and the results from the method of moment(MoM) to verify the FDTD algorithm. Then, to apply the algorithm to compute scattering coefficients of distributed targets, a two-dimensionally rough surface was generated numerically for given roughness characteristics. The far-zone scattered fields of 50 statistically independent dielectric rough surfaces were computed and the scattering coefficient of the surface was calculated from the scattered fields by using the Monte Carlo method. It was found that these scattering coefficients agree well with the SPM(Small Perturbation Method) model in its validity region.

Key Words : scattering coefficient, rough surface, FDTD method, Monte Carlo method

요 약 : 본 논문에서는 불규칙적으로 거친 유전체 표면에서의 레이더 산란계수를 FDTD 방법과 Monte Carlo 방법을 이용하여 계산하였다. 본 연구의 FDTD 방법에서는 입사파의 입사각과 편파를 바꾸어 가며 전파 산란을 계산할 수 있으며, thin wire의 RCS를 이 FDTD 방법을 이용해 계산하여 본 알고리즘을 검증하였다. 2차원적으로 거친 표면에서의 전파산란을 연구하기 위해 우선 주어진 표면 높이 분포가 Gaussian 상관함수를 갖는, 2차원적으로 거친 표면을 컴퓨터로 생성하였다. Maxwell 방정식을 차등 방정식으로 바꾼 후 계산 영역은 total field 영역과 scattered field 영역으로 나누어 FDTD를 이용해서 거친 표면 조각들에서의 산란 전계를 계산했다. 통계적으로 독립적인 50개의 표면 조각들에서 계산된 산란 전계를 이용해 레이더 후방산란계수를 구하였으며, 이 결과를 이론적 모델

중의 하나인 SPM과 비교해 보았다. FDTD 방법을 이용해 얻은 결과와 SPM을 이용해 얻은 결과가 대체적으로 잘 일치하였다.

1. 서론

기존의 전자파 산란 해석 방법에는 SPM, Geometrical Optics(GO), Physical Optics(PO)(Ulaby, *et al.*, 1986), MoM(Axline and Fung, 1978) 방법들이 많이 연구되어져 왔다. 하지만 SPM, GO, PO와 같은 이론적 모델들은 근사화 과정을 거쳐 얻어진 것이기 때문에, 실제로 적용시킬 때 많은 제약이 따르고, 또한 정확한 값을 얻기가 쉽지 않다(Oh, 1993). 또한 각 모델의 적용 범위가 표면 거칠기에 따라 많은 제약을 받게 된다. 대표적인 수치해석적 방법의 하나인 MoM은 이런 문제가 없는 반면에 Green 함수를 구하기가 까다로운 뿐 아니라, 다층 구조와 같은 복잡한 경계면을 갖는 구조물에 적용하기가 어렵다. 또다른 수치해석적 방법 중의 하나인 FDTD 방법은 다층구조와 같은 복잡한 경계면에서도 비교적 쉽게 적용할 수 있어서 레이더 산란 해석에도 적용할 수 있다(Taflove, 1985; Taflove, 1995; Fung, *et al.*, 1994). 그러나 이 방법이 토양과 같은 불규칙적으로 거친 손실이 있는 표면에 적용되었을 때의 정확성과 적용 범위가 검증되지 않은 상태이므로 이 수치해석 방법의 검토가 필요하다.

본 논문은 맥스웰 미분 방정식을 시간 영역에서 해석하는 FDTD 방법을 이용하여 2차원적으로 거친 표면에서의 전자파 산란계수를 계산하였다. 우선 2차원적으로 거친 표면을 해석하기 위해서 3차원 구조의 Yee cell과 PML(Perfectly Matched Layer)(Berenger, 1996)를 이용하여 near zone에서의 산란 전계 값을 구한 후, 이를 주파수 영역으로 변환한 후 far zone에서의 산란 전계 값을 구하고, 이를 이용해 산란 계수를 구하였다. 또한 본 논문에서는 수치해석적 연구 결과를 이론적 모델의 결과와 비교하여 그 정확성을 검증한다.

2. 전파산란 계산에 FDTD 방법 적용

FDTD 방법은 전자기파의 모든 현상을 예측할 수 있게 하는 Maxwell 방정식의 미분 방정식 형태를 시간적, 공간적으로 이산화 하여 해를 구하는 방식이다(Yee, 1966). 어떤 구조물을 해석할 때 구조물은 무한 공간상에서 해석해야 하는 경우가 대부분이다. 하지만 어떤 컴퓨터도 무한개의 데이터를 저장할 수는 없다. 그러므로 해석 공간은 유한한 크기로 설정되어야만 하는데, 무한 공간에서의 계산과 같은 효과를 얻기 위해서 흡수경계조건(Absorbing Boundary Condition)이 사용된다. 본 논문에서는 Point target에서는 Mur 2차 흡수경계조건, Distributed target에서는 PML(Perfectly Matched Layer)을 사용했다.

등방성 물질에서 Maxwell 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial \bar{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \bar{E} \quad (1a)$$

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = -\frac{\sigma}{\epsilon} \bar{E} + \frac{1}{\epsilon} \nabla \times \bar{H} \quad (1b)$$

여기서 ϵ 와 μ 는 각각 매질의 유전율과 투자율이며 σ 은 도전율을 나타낸다. 위 식을 각각 공간과 시간에 대해서 벡터 성분을 분리하면 6개의 스칼라 식으로 표현된다. 예를 들어 (1b)는 다음의 3개 식으로 쓸 수 있다.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right) \quad (2a)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right) \quad (2b)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right) \quad (2c)$$

Central difference 방식을 이용하여 위의 식들을

시간과 공간적으로 이산화하면 (1a), (1b)의 미분 방정식들이 6개의 difference 식들로 변환한다. 예를 들어 (2a)를 이산화하면 다음과 같다.

$$E_x^n(i, j, k) = C_a(i, j, k)E_x^{n-1}(i, j, k) + C_b(i, j, k) \left[\frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j-\frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k+\frac{1}{2}) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k-\frac{1}{2})}{\Delta z} \right] \quad (3)$$

여기서, C_a , C_b 는 다음과 같다.

$$C_a(i, j, k) = \frac{1 - \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2\varepsilon(i, j, k)}}{1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2\varepsilon(i, j, k)}},$$

$$C_b(i, j, k) = \frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon(i, j, k) \Delta}}{1 + \frac{\sigma(i, j, k) \Delta t}{2\varepsilon(i, j, k)}}$$

위의 식들에서 Δx , Δy , Δz 의 크기가 작으면 작을수록 좀 더 정확한 계산 값을 얻을 수 있겠지만, 컴퓨터 메모리와 계산 시간을 고려하면 크게 설정할수록 좋으므로 신중하게 선택해야 한다. Taflov(1995)에 의하면, Δx , Δy , $\Delta z \leq \lambda/10$ 를 만족해야 미분 방정식을 공간적인 차 방정식으로 근

사화하는 과정에서 생기는 near field 값의 불확실성을 줄일 수 있다. 공간적 증분 Δx , Δy , Δz 의 크기가 결정되면 시간적 증분인 Δt 를 결정해야 하는데, 앞서와 같은 이유 때문에 Δt 의 크기는 다음의 조건을 만족시키는 조건에서 크게 설정할수록 계산 시간을 줄일 수 있다.

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (4)$$

이 조건은 미분방정식의 해가 시간이 지남에 따라서 제한 없이 증가하는 수치적 불안정성을 피하기 위해서 반드시 충족되어야만 한다.

전자파 산란을 해석할 때에는 해석하고자 하는 물체에 입사하는 plane-wave의 입사각을 조절해야만 한다. 입사각을 조절하기 위해서는 기존에 흔히 사용되는 입사 파의 입사각은 수직으로 고정시킨 후 물체를 회전시키는 방법이 있으나, 이 방법은 해석하고자 하는 물체의 형태가 단순할 때에는 쉽게 사용될 수도 있지만 그렇지 않은 경우에는 오히려 적용시키기 힘들게 된다. 그래서 본 연구에서는 해석하고자 하는 물체는 고정시킨 후 입사 파의 입사각을 조절하는 방법을 이용하였다. 입사 파의 입사각을 조절하기 위해서는 기존의 FDTD 방법에 대해 Fig. 1과 같은 수정이 필요하게 된다.

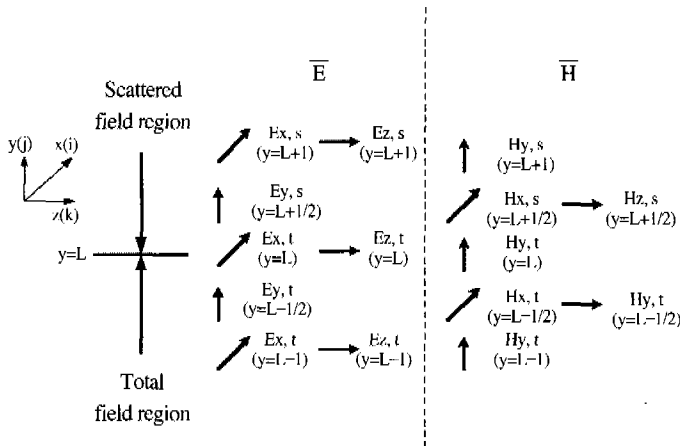


Fig. 1. Field distribution near boundaries

Fig. 1에서 아래첨자 s는 산란 전계를 나타내며, t는 산란전계와 입사 전계의 합인 total 전계를 의미한다. y=L인 경계 면에서는 기존의 Yee 알고리즘의 식들을 아래와 같이 수정한다.

$$E_{x, tot}^n(i, L, k) = E_{x, tot}^n(i, L, k) - \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j, k) \Delta} H_{z, inc}^{n-\frac{1}{2}}(i, j, L+1/2) \quad (5a)$$

$$E_{z, tot}^n(i, L, k) = E_{z, tot}^n(i, L, k) + \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j, k) \Delta} H_{x, inc}^{n-\frac{1}{2}}(i, j, L+1/2) \quad (5b)$$

y = L+1/2 에서는 기존의 Yee 알고리즘에서 다음처럼 수정한다.

$$H_{x, tot}^{n+\frac{1}{2}}(i, L+1/2, k) = H_{x, tot}^{n+\frac{1}{2}}(i, L+1/2, k) + \frac{\Delta t}{\mu_o \Delta} E_{z, inc}^n(i, L, k) \quad (6a)$$

$$H_{z, tot}^{n+\frac{1}{2}}(i, L+1/2, k) = H_{z, tot}^{n+\frac{1}{2}}(i, L+1/2, k) + \frac{\Delta t}{\mu_o \Delta} E_{x, inc}^n(i, L, k) \quad (6b)$$

이와 같은 수정을 해주면, 그림 1에서의 total field 영역에서는 기존의 Yee 알고리즘에서와 같은 total field가 존재하고, scattered field 영역에서는 total field에서 incident field 값을 빼준 scattered field만 존재하게 된다.

Fig. 2는 vertical polarization(수직 편파), horizontal

polarization(수평 편파) 두 개의 편파를 보여준다.

(6)에서 $H_{x, inc} = H_{inc} * \sin \Psi \sin \phi$, $H_{z, inc} = H_{inc} * (-\cos \Psi)$, $E_{x, inc} = E_{inc} * \cos \Psi \sin \phi$, $E_{z, inc} = E_{inc} * \sin \Psi$ 이며, $\Psi = 0^\circ$ 로 설정하면 입사 파의 편파는 수직 편파, $\Psi = 90^\circ$ 로 설정하면 수평 편파가 된다.

3. Point target 들의 RCS 계산

Point target이란 해석하고자하는 물체가 유한한 크기를 갖고 있어서, 단일 폐 곡면 안에 들어갈 수 있는 물체를 말한다. Thin wire나 rectangular patch와 같은 것들이 이에 속한다.

Thin wire나 rectangular patch와 같은 물체의 전파산란 특성을 계산하는 이유는 distributed target에 대한 해석에 들어가기 앞서 앞 절에서 설명한 total field 영역과 scattered field 영역으로 구성하고 입사파의 각도를 임의로 변경하는 FDTD 구조의 정확성을 검증하기 위함이다. Thin wire나 rectangular patch와 같은 물체는 구조가 간단하기 때문에 이론적인 RCS 값을 직접 구할 수 있다. 이 이론적 RCS 값을 FDTD 방법을 이용해 구한 RCS 값과 비교함으로써 본 논문에서 사용된 FDTD 방법의 타당성을 검증해 볼 수 있다. 또한 앞의 구조에 대해서 또 다른 수치해석 방법인 MoM을 이용해 구한 결과와 실제로 network

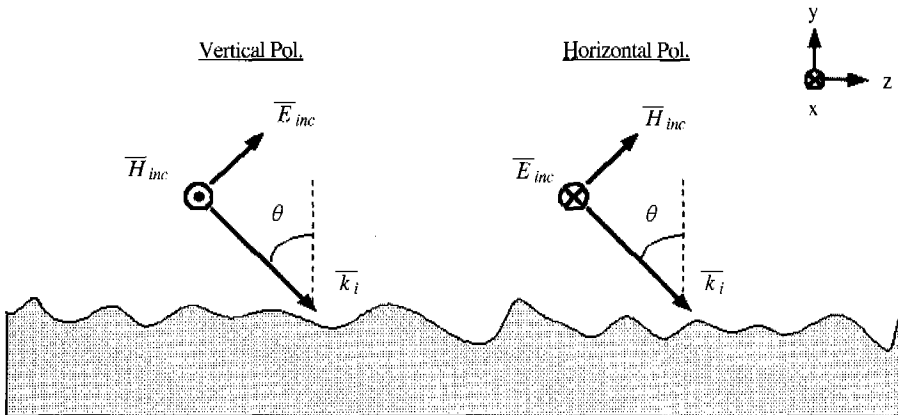


Fig. 2. Polarization of incidence wave.

analyzer, horn antenna 등으로 구성된 레이더 시스템으로 측정된 이 물체들의 RCS 값과도 비교하였다. 이 때 FDTD 방법에 사용한 흡수경계조건은 Mur 2차 경계조건이고, 측정 및 계산을 수행한 주파수는 10GHz이다.

Fig. 3은 길이가 3λ 인 thin wire의 RCS를 보여준다. FDTD 계산 결과 및 MOM, 측정값이 서로 잘 맞음을 알 수 있다. 하지만 이론 값은 wire 끝 부분에서의 edge current effect를 고려해 주지 못했기 때문에 입사각이 작을 때에는 측정값 및 FDTD 방법 결과와 잘 맞지 않음을 알 수 있다. Fig. 4는 길이가 5λ 인 thin wire의 RCS를 보여준다. 역시 FDTD 계산 결과와 MOM 계산 결과가 서로 잘 맞고 있음을 알 수 있다.

이 결과를 통해서, 본 연구 결과인 FDTD 알고리즘을 이용하면 입사각과 wave의 편파에 따른 전파산란을 정확하게 해석할 수 있음을 입증하였다.

4. Distributed Target들의 산란계수 계산

Distributed target이란 해석하고자 하는 물체가 무한한 크기를 갖고 있어서, 단일 평면 안에 들어갈 수 없는 물체를 말한다. 무한 평면 같은 것들이 이에 속한다. 이러한 distributed target을 FDTD 방법으로 해석하기 위해서는 다음과 같은 구조의 수정이 필요하게 된다.

Fig. 5를 보면 distributed target일 경우 point target인 경우와는 달리 해석하고자 하는 물체와 plane wave source를 생성하는 면이 흡수경계조건과 붙어 있음을 알 수 있다. Point target을 해석할 때에는 흡수경계조건을 Mur 2차 흡수경계조건을 사용했지만, distributed target을 해석할 때에는 좀

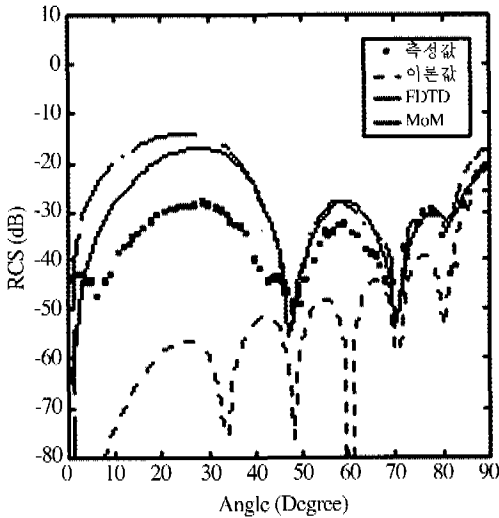


Fig. 3. RCS of a 3λ -long conducting cylinder

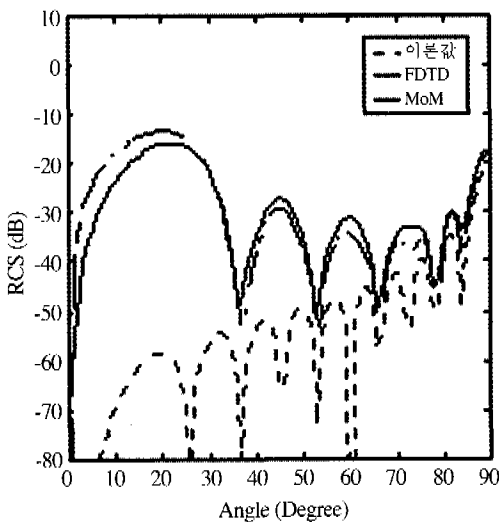


Fig. 4. RCS of a 5λ -long conducting cylinder

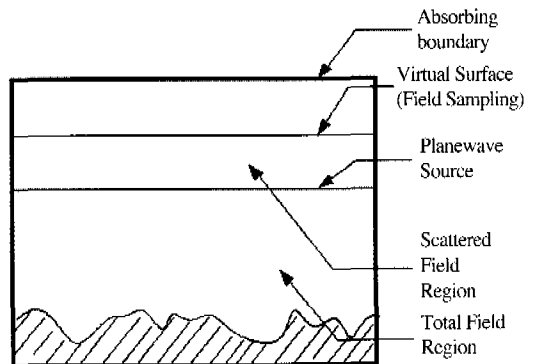


Fig. 5. FDTD analysis region for a distributed target.

더 성능이 우수한 흡수경계조건을 필요로 하므로 본 연구에서는 흡수경계조건으로 4 layer PML(Perfectly Matched Layer)을 사용했다.

Fig. 6은 Mur 2차 흡수 경계조건과 PML 흡수 경계조건의 성능을 비교해 보기 위해 각각 3차원 공간에 z 성분의 전계 source를 주고 xy 평면에서 전파되는 전계 값을 sampling 한 후 경계조건 부근에서 얼마나 잘 흡수되는지 비교한 그림이다. 두 가지 방법 모두 양호한 결과를 보이는데, 그 중에서도 PML(4-layer) 방법이 더 우수하다는 것을 알 수 있다.

다음에는 토양 표면을 simulation하기 위해 불규칙적이면서 2차원적으로 거친 표면을 생성하였다 (Oh, 1993). Fig. 7은 컴퓨터를 이용해 생성된 2차원적 거친 표면의 한 조각을 보여준다.

컴퓨터를 이용한 2차원적 거친 표면의 생성 후에는 FDTD 방법을 적용시키기 위해 각 cell로 quantization하는 과정이 필요하게 된다. 거친 표면의 cell의 크기가 클 경우에는 계산 시간이 단축되나 정확성이 떨어지므로, 정확성을 검토한 후 cell 크기를 선정해야 한다. 본 연구에서는 $ks=0.2$, $kl=2.0$ 인 표면에 대해 cell 높이가 $\Delta y=\lambda/100$ 되도

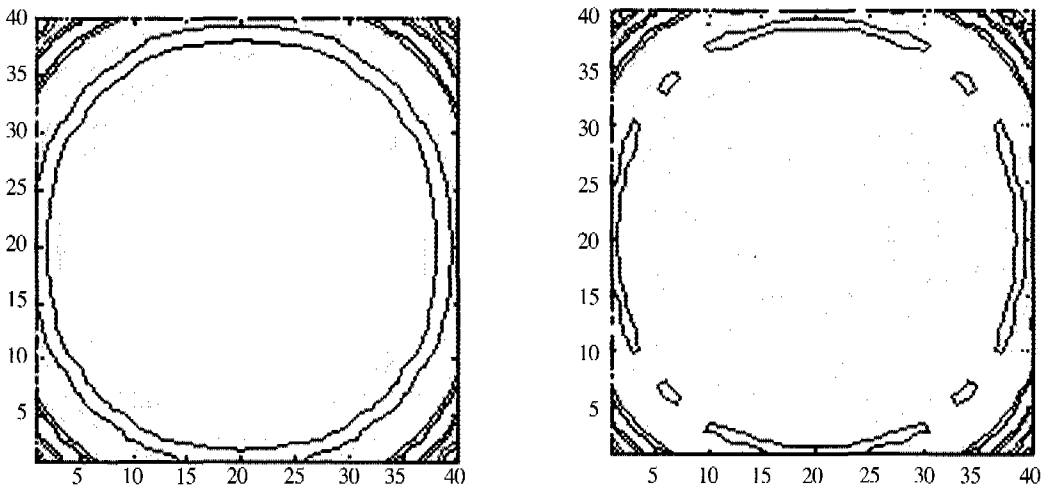


Fig. 6. Comparison of the absorbing boundary conditions; (a) PML ABC and (b) Mur's 2nd ABC.

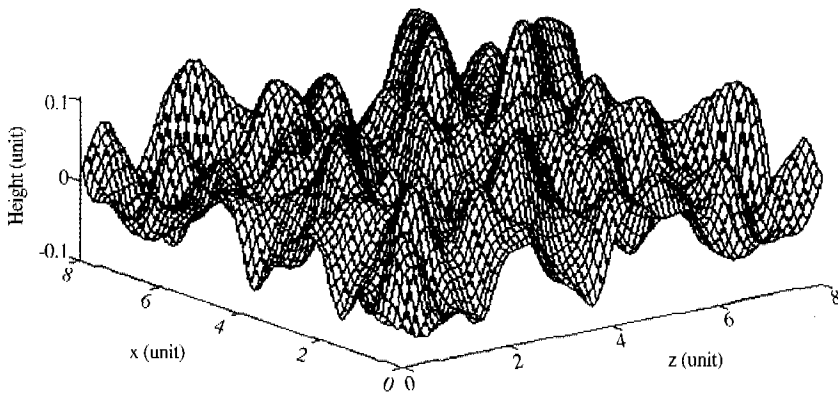


Fig. 7. A typical profile of a randomly rough surface.

록 선정하였다. 여기서, k 는 전파상수를 나타내고, l 과 s 는 각각 거친 표면의 correlation 길이, rms 높이를 나타낸다. Δy 가 작은 값을 가지면 정확성에서는 좋겠지만, 컴퓨터 자원과 계산 시간을 고려한다면 Δy 가 큰 값을 가질수록 좋다.

몬테 카를로 방법이란 우선 거친 표면을 생성하고, 이를 N개의 독립된 거친 표면 샘플들로 나누어 각각의 표면 조각들에 대해 앞에서 설명한 FDTD 방법으로 산란 전계 혹은 산란 자계를 계산하여 이들의 통계적 수치를 이용하여 다음처럼 산란 계수를 구한다.

$$\sigma^o = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4\pi r^2}{A} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |E_n^s|^2 - \frac{1}{N^2} \left| \sum_{n=1}^N E_n^s \right|^2 \right\} \quad (8)$$

여기서, A는 각 샘플의 면적을 나타내고, N은 전체 샘플의 개수를 말하며 50이면 충분하다.

수학적 모델들은 자기 계산 결과의 정확함이 인정되는 validity 영역이 존재한다. 즉, 거친 표면의 조건이 validity 영역 내에 있으면 그 모델을 적용할 수 있고, 아니면 그 결과가 정확성을 신뢰할 수 없게되는 것이다. SPM의 validity region을 만족하는 $ks=0.2$, $kl=2.0$ 인 거친 표면의 산란 계수를 구하여 FDTD 방법으로 구한 결과와 수학적 모델

을 서로 비교해 보았다. FDTD 방법에서 해석하고자 하는 물체의 매질을 바꾸어 주는 것은 비교적 간단하므로, lossy 유전체 거친 표면의 전파산란을 해석하기에 앞서, 거친 도체 표면을 먼저 해석해 봄으로써 distributed target 해석을 위한 알고리즘의 타당성을 검증하고자 한다.

Fig. 8을 보면, FDTD 방법에 의한 산란 계수와 SPM에 의한 산란 계수가 거의 일치함을 알 수 있다. 하지만 입사각이 70° 이상인 경우에, FDTD와 SPM의 HH-편파의 결과가 차이를 보임을 알 수 있다. 이는 수학적 모델인 SPM도 입사각이 큰 경우 그 결과의 신뢰도가 떨어질 뿐 아니라, FDTD 방법으로 계산을 하는 경우 거친 표면을 계단 형태로 나타내기 때문에 SPM보다 HH-편파의 크기가 좀더 크게 나온 것으로 사료된다.

실제 지면은 conductivity를 갖는 lossy 유전체 표면으로 생각할 수 있다. 토양의 수분 함유량 M_v 가 0.2 라면, 10GHz에서 ϵ 은 $10+j2$ 가 된다. 그래서 본 논문에서는 토양의 유전율을 $10+j2$ 로 설정하고 계산을 수행했다.

Fig. 9를 보면, FDTD 방법에 의한 산란 계수와 SPM에 의한 산란 계수가 거의 일치함을 알 수 있다. 하지만 마찬가지로 입사각이 70° 이상인

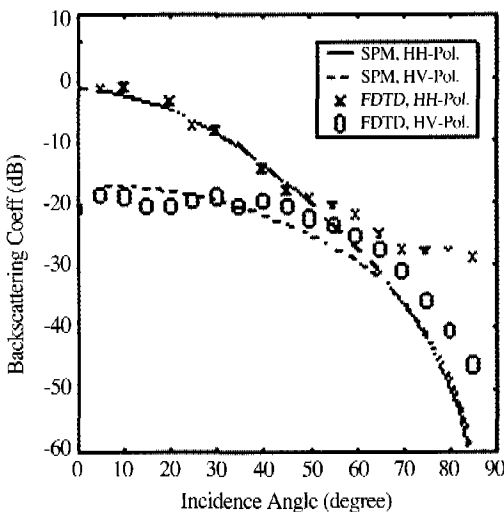


Fig. 8. Backscattering Coefficient of a conducting rough surface.

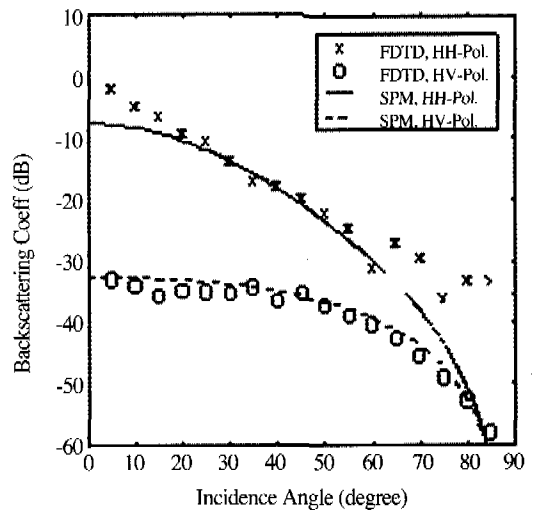


Fig. 9. Backscattering coefficient of a lossy dielectric rough surface.

경우에, FDTD와 SPM의 HH-편파의 결과가 차이를 보임을 알 수 있다. 이 문제는 본 논문에서 $\Delta x = \Delta z = \lambda/20$ 로 설정하고 계산을 수행했는데 $\Delta x, \Delta z$ 를 좀더 작은 값으로 설정하면 입사각이 70° 이상인 경우 HH-편파 산란 계수 값이 떨어지지 않는 문제는 해결될 수 있을 것으로 예상된다.

5. 결 론

본 논문에서는 맥스웰 미분 방정식을 시간 영역에서 해석하는 FDTD 방법을 이용하여 2차원적으로 거친 표면에서의 전자파 산란을 정확하게 계산하는 알고리즘을 제시하였다.

우선 2차원적으로 거친 표면을 해석하기 위해서 3차원 구조의 Yee cell의 전자기장 분포와 PML 흡수 경계조건을 이용하여 near zone에서의 산란 전계 값을 구했다. 이를 주파수 영역으로 변환하여 far zone에서의 산란 전계 값을 구하고, 이를 몬테 카를로 방법을 이용해 여러 조각의 표면 조각들에 대한 전계를 구한 후 통계적인 방법을 사용하여 산란 계수를 구하였다.

또한 본 논문에서는 수치 해석적 연구 결과를 이론적 모델 중의 하나인 SPM 모델의 결과와 비교하여, 본 연구 결과를 검증하였다. 이 알고리즘은 다층구조의 유전체 표면에도 쉽게 적용될 것이다.

참고 문헌

Axeline, R., and A.K. Fung, 1978, Numerical computation of scattering from a perfectly conducting random surface, *IEEE Trans. antennas Propagat*, AP-26:482-488.

Berenger, J.P., 1996, Perfectly matched layer for the FDTD solution of wave-structure interaction problems, *IEEE Trans. antennas Propagat*, AP-44:110-117.

Fung, A.K., Milind R. Shah, and Sibun Tjuatja, 1994, Numerical simulation of scattering from three-dimensional randomly rough surfaces, *IEEE Trans. Geosci. and Remote sensing*, 32(5):986-994.

Oh, Y., 1993, *Microwave Polarimetric Backscattering from Natural rough surfaces*, Ph. D. Thesis, Radiation Lab., University of Michigan, Ann Arbor, Michigan, USA.

Taflove, A., 1985, Review of FDTD numerical modeling of electromagnetic wave scattering and radar cross section, *Proc. IEEE*, 77.

Taflove, A., 1995, *Computational Electrodynamics: the Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House.

Ulaby, F.T., Richard K. Moore, Adrian K. Fung, 1986, *Microwave Remote Sensing, Volume III*, Artech House.

Yee, K.S., 1966, Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media, *IEEE Trans. Antennas Propagat*, AP-14(8):802-807.